

MECCANICA RAZIONALE - 06.09.2018

COGNOME E NOME

C. D. L.: ANNO DI CORSO:

MATRICOLA FIRMA

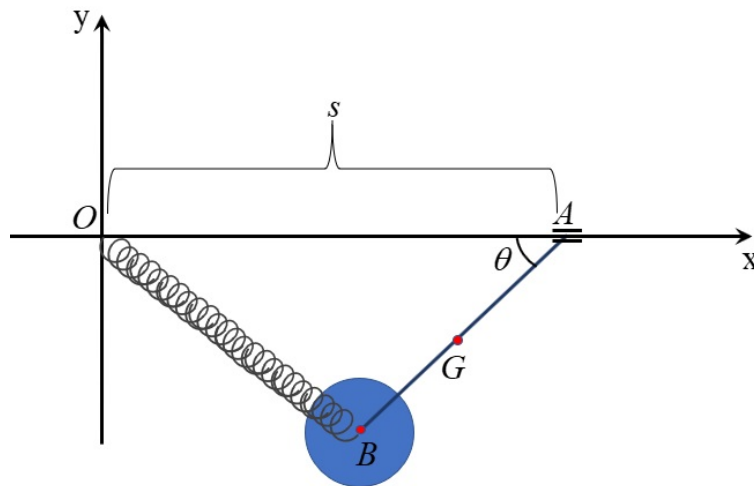
ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	TOT
Punti									

Nel piano verticale Oxy un sistema materiale è costituito da un'asta di massa $2m$ e lunghezza $2l$ e da un disco omogeneo di massa m e raggio R . Il centro del disco è saldato all'estremità B dell'asta, mentre l'estremità A può scorrere senza attrito lungo l'asse delle x . Oltre alla forza peso, sul sistema agisce la forza elastica $\vec{F}_k = -k(B - O)$, dove $k = \frac{1}{2} \frac{mg}{l}$.

Supposti i vincolo lisci, e dati i parametri lagrangiani θ , angolo tra x^- ed $(A - B)$, e l'ascissa s del punto A , si chiede:



1. Determinare le coordinate dei punti A, B, G (G è il baricentro dell'asta) e l'espressione delle forze attive in funzione dei parametri lagrangiani. [PUNTI 2]

$$A - O = (s, 0); B - O = (s - 2\ell \cos(\theta), -2\ell \sin(\theta)); G - O = (s - \ell \cos(\theta), -\ell \sin(\theta));$$

$$\vec{F}_k = -\frac{mg}{2\ell}(s - 2\ell \cos(\theta), -2\ell \sin(\theta)); \vec{F}_G = (0, -2mg); \vec{F}_B = (0, -mg).$$

2. Determinare la funzione potenziale U di tutte le forze attive agenti sul sistema. [PUNTI 4]

$$U = 4mgl \sin(\theta) - \frac{mg}{4\ell} s^2 + mgs \cos(\theta) + cost.$$

3. Determinare le configurazioni di equilibrio del sistema [PUNTI 4]

$$(s_1, \theta_1) = (0, \frac{\pi}{2}); (s_2, \theta_2) = (0, \frac{3\pi}{2}).$$

4. Determinare le reazioni vincolari esterne nelle configurazioni di equilibrio. [PUNTI 4]

$$\vec{\phi}_A = (0, 2mg) \text{ per } (s, \theta) = (s_1, \theta_1); \vec{\phi}_A = (0, 4mg) \text{ per } (s, \theta) = (s_2, \theta_2)$$

5. Scrivere l'energia cinetica del sistema. [PUNTI 5]

$$T = \frac{m}{2} \left(3\dot{s}^2 + \left(\frac{20}{3}\ell^2 + \frac{R^2}{2} \right) \dot{\theta}^2 + 8\ell\dot{s}\dot{\theta} \sin(\theta) \right)$$

6. Calcolare l'espressione della quantità di moto del sistema [PUNTI 4]

$$\vec{Q} = m(3\dot{s} + 4\ell\dot{\theta} \sin(\theta), -4\ell\dot{\theta} \cos(\theta))$$

7. Calcolare il momento della quantità di moto del sistema rispetto al polo O [PUNTI 4]

$$\vec{K}_O = m \left(\frac{20}{3}\ell^2\dot{\theta} + \frac{R^2}{2}\dot{\theta} + 4\ell\dot{s} \sin(\theta) - 4\ell s\dot{\theta} \cos(\theta) \right) \hat{i}_3$$

8. Scrivere le equazioni differenziali del moto del sistema [PUNTI 5]

$$\begin{aligned} \left(\frac{20}{3}\ell^2 + \frac{R^2}{2}\right)\ddot{\theta} + 4\ell\ddot{s}\sin(\theta) - 4g\ell\cos(\theta) + gs\sin(\theta) &= 0; \\ 3\ddot{s} + 4\ell\dot{\theta}\sin(\theta) + 4\ell\dot{\theta}^2\cos(\theta) + \frac{g}{2\ell}s - g\cos(\theta) &= 0. \end{aligned}$$