Meccanica Razionale - 16.01.2019

Cognome e Nome ....

C. d. L.: .... Anno di Corso: 2 3 altro

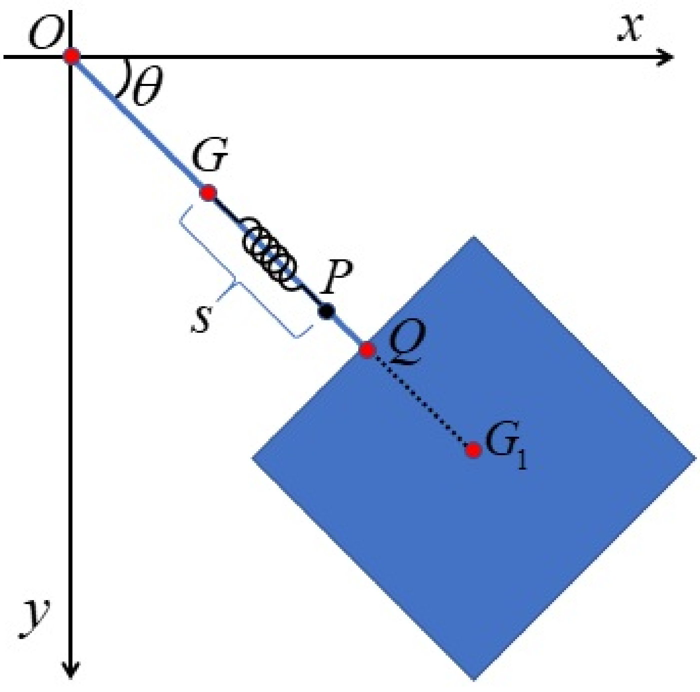
Matricola .... Firma ....

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	9	TOT
Punti										

Nel piano verticale Oxy un sistema materiale pesante è costituito da un'asta omogenea lunga $2L$ e massa M incernierata nell'origine O del sistema di riferimento e saldata, all'altra sua estremità Q, perpendicolarmente al punto medio del lato di una lamina quadrata omogenea di lato $2L$ e massa M. Un punto materiale P di massa m è scorrevole senza attrito sull'asta. Sul punto agisce una molla ideale, di lunghezza a riposo nulla e costante elastica pari a $k = mg/(2L)$, che lo collega con il baricentro G dell'asta. Introdotti i parametri lagrangiani $\theta = x^+\hat{O}P$ e $s = (P - G) \cdot \text{vers}(Q - G)$, si chiede:



1. Determinare le coordinate dei punti G, P, G_1 (G_1 è il baricentro della lamina) e l'espressione delle forze attive in funzione dei parametri lagrangiani. [PUNTI 2]

$G - O = L\,(\cos(\theta), \sin(\theta))$; $P - O = (L + s)\,(\cos(\theta), \sin(\theta))$; $G_1 - O = 3L\,(\cos(\theta), \sin(\theta))$;
$\vec{F}_k = -\frac{mg}{2L} s\,(\cos(\theta), \sin(\theta))$; $\vec{F}_G = (0, Mg)$; $\vec{F}_{G_1} = (0, Mg)$; $\vec{F}_P = (0, mg)$.

2. Determinare la funzione potenziale U di tutte le forze attive agenti sul sistema. [PUNTI 4]

$U = 4MgL\sin(\theta) - \frac{mg}{4L} s^2 + mg(L + s)\sin(\theta) + cost.$

3. Determinare le configurazioni di equilibrio ordinarie del sistema. [PUNTI 4]

Non ci sono configurazioni di equilibrio ordinarire. Le configurazioni di equilibrio di confine (non richieste) sono date da $(s_1, \theta_1) = (L, \pi/2)$, $(s_2, \theta_2) = (-L, 3\pi/2)$

4. Determinare le reazioni vincolari esterne nelle configurazioni di equilibrio ordinarie. [PUNTI 4]

Vedi punto 3.

5. Scrivere l'energia cinetica del sistema. [PUNTI 4]

$T = \frac{11}{2} ML^2\dot{\theta}^2 + \frac{m}{2}\left(\dot{s}^2 + (L + s)^2\dot{\theta}^2\right)$

6. Calcolare l'espressione della quantità di moto del sistema. [PUNTI 4]

$\vec{Q} = (4ML + m(L + s))\,\dot{\theta}\,(-\sin(\theta), \cos(\theta)) + m\dot{s}\,(\cos(\theta), \sin(\theta))$

7. Calcolare il momento della quantità di moto del sistema rispetto al polo O. [PUNTI 4]

$\vec{K}_O = \left(11ML^2 + m(s + L)^2\right)\dot{\theta}\hat{\imath}_3$

8. Determinare eventuali integrali primi del moto. [PUNTI 2]

$$E = T - U = \frac{11}{2}ML^2\dot{\theta}^2 + \frac{m}{2}\left(\dot{s}^2 + (L+s)^2\dot{\theta}^2\right) - 4MgL\sin(\theta) + \frac{mg}{4L}s^2 - mg(L+s)\sin(\theta)$$

9. Scrivere le equazioni differenziali del moto del sistema. [PUNTI 4]

$\ddot{s} = \dot{\theta}^2(s+L) + g\sin(\theta) - \frac{g}{2L}s;$
$(11ML^2 + m(s+L)^2)\ddot{\theta} + 2m(s+L)\dot{s}\dot{\theta} = (4MgL + mg(s+L))\cos(\theta).$