Si consiglia di studiare l'appendice A del libro di testo prima di svolgere i primi 4 esercizi.

Esericizio 1

Dati i vettori $P - O = -\hat{i}_1 + \hat{i}_2$ e $Q - P = 2\hat{i}_1 + 2\hat{i}_2$ determinare la loro somma graficamente e algebricamente.

R. $\hat{i}_1 + 3\hat{i}_2$

Esericizio 2

Dati i vettori $P - O = -10\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\hat{i}_1 + 10\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\hat{i}_2$,
$Q - P = 20\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\hat{i}_1 + 20\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\hat{i}_2$ e $S - Q = -35\hat{i}_2$
determinare la loro somma graficamente e algebricamente.

R. $(P - O) + (Q - P) + (S - Q) = S - O$
$S - 0 = (10\sqrt{3} - 5\sqrt{2})\hat{i}_1 + (5\sqrt{2} - 25)\hat{i}_2$

Esericizio 3

Dati i vettori $\vec{u} = 3\hat{i}_1 + 2\hat{i}_2 - \hat{i}_3$ e $\vec{v} = 2\hat{i}_1 - \hat{i}_2 + \hat{i}_3$ determinare il loro prodotto scalare ed il loro prodotto vettoriale. Successivamente si calcoli il versore ortogonale al piano dei vettori $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

R. $\vec{u} \cdot \vec{u} = 3, \quad \vec{u} \wedge \vec{v} = \hat{i}_1 - 5\hat{i}_2 - 7\hat{i}_3$. Ci sono due versori ortogonali al piano dei vettori $\vec{u}$ e $\vec{v}$: sono $\hat{n}_1 = \frac{1}{3\sqrt{5}}(1\hat{i}_1 - 5\hat{i}_2 - 7\hat{i}_3)$ e $\hat{n}_2 = -\frac{1}{3\sqrt{5}}(1\hat{i}_1 - 5\hat{i}_2 - 7\hat{i}_3)$

Esericizio 4

Dati i vettori $\vec{u} = 2\hat{i}_1 + 3\hat{i}_3$, $\vec{v} = 3\hat{i}_2 + 2\hat{i}_3$ e $\vec{w} = \hat{i}_1 + \hat{i}_2 + \hat{i}_3$ determinare il prodotto misto $(\vec{u} \wedge \vec{v}) \cdot \vec{w}$ ed il doppio prodotto $(\vec{u} \wedge \vec{v}) \wedge \vec{w}$.

R. $(\vec{u} \wedge \vec{v}) \cdot \vec{w} = -7 \quad (\vec{u} \wedge \vec{v}) \wedge \vec{w} = -10\hat{i}_1 + 15\hat{i}_2 - 5\hat{i}_3$

Esericizio 5

Data la curva (parametrizzata da t)

$$x = a\cos(\lambda t),\; y = a\sin(\lambda t),\; z = ht$$

trovare l'ascissa curvilinea, la terna intrinseca, la curvatura e il raggio di curvatura.

R. $s = \sqrt{a^2\lambda^2 + h^2}\,t$. Se poniamo $\alpha \doteq \sqrt{a^2\lambda^2 + h^2}$ allora
$\vec{t} = \frac{a\lambda}{\alpha}(-\sin\left(\frac{\lambda}{\alpha}s\right)\hat{i}_1 + \cos\left(\frac{\lambda}{\alpha}s\right)\hat{i}_2 + \frac{ha}{\lambda}\hat{i}_3)$,
$\vec{n} = -(\cos\left(\frac{\lambda}{\alpha}s\right)\hat{i}_1 + \sin\left(\frac{\lambda}{\alpha}s\right)\hat{i}_2)$,
$\vec{b} = \frac{h}{\alpha}(\sin\left(\frac{\lambda}{\alpha}s\right)\hat{i}_1 - \cos\left(\frac{\lambda}{\alpha}s\right)\hat{i}_2 + \frac{a\lambda}{h}\hat{i}_3)$.
$\kappa = a\frac{\lambda^2}{\alpha^2};\; \rho = a + \frac{h^2}{a\lambda^2}$