Esericizio 1

Un punto P si muove su una circonferenza di centro C e raggio R. La circonferenza ruota con velocitá angolare ω nel piano Oxy intorno ad un punto fisso che coincide con un punto della circonferenza stessa. Al tempo $t = 0$ il punto C ha coordinate $(R, 0, 0)$. Descrivere il moto.

R

Esericizio 2

La formula fondamentale del moto dei rigidi ci dice che la velocitá di un punto P é data da

$$\vec{v}_P = \vec{v}_{O'} + \vec{\omega} \wedge (P - O').$$

Il teorema di Mozzi invece ci dice che in ogni istante l'atto di moto piú generale di un sistema rigido é rototraslatorio o elicoidale, i.e. esiste un punto O'' tale che

$$\vec{v}_P = \vec{v}_{O''} + \vec{\omega} \wedge (P - O'')$$

con $\vec{v}_{O''}$ parallelo ad ω. L'asse di Mozzi é la retta passante per O'' e parallela ad ω.
Si determini l'equazione dell'asse di Mozzi.

R.

Esericizio 3

Un'asta lunga $2L$ ha il centro C vincolato ad una circonferenza di raggio R. La circonferenza si muove di moto rettilineo uniforme con velocitá $\vec{v} = v\hat{i}_1$. Al tempo $t = 0$ la circonferenza é nell'origine del sistema di riferimento. Il centro C dell'asta inoltre ruota sulla circonferenza con velocitá angolare costante ω. Determinare:

- la velocitá e l'accelerazione di un punto P dell'asta a distanza s dal centro C.
- il centro di istantanea rotazione dell'asta

R. $\vec{v}_P = (v - \omega(R\sin(\omega t) + s\cos(\omega t)), \omega(R\cos(\omega t) - s\sin(\omega t)))$. $\vec{a}_P = \dot{\vec{v}}_P$. $C' = (vt, \frac{v}{\omega})$

Esericizio 4 Un punto P é vincolato a muoversi su una parabola con la legge $P - O = (t, t^2)$. Il piano in cui giace la parabola ruota con velocitá angolare ω. Al tempo $t = 0$ il sistema fisso e quello mobile coincidono. Determinare la velocitá e l'accelerazione relativi ad un sistema solidale con il piano, la velocitá e l'accelerazione di trascinamento del punto e l'accelerazione di Coriolis del punto.

R Detti $\hat{j}_1$ e $\hat{j}_2$ i versori del sistema mobile ($\vec{\omega} = \dot{\theta}\hat{i}_3$, dove θ é l'angolo tra la direttrice della parabola e la direzione determinata da i_1, $\hat{j}_1 = \cos(\theta)\hat{i}_1 + \sin(\theta)\hat{i}_2$, $\hat{j}_2 = -\sin(\theta)\hat{i}_1 + \cos(\theta)\hat{i}_2$), si trova $\vec{v}_r = \hat{j}_1 + 2t\hat{j}_2$, $\vec{v}_t = t\dot{\theta}(\hat{j}_2 - t\hat{j}_1), \vec{a}_r = 2\hat{j}_2, \vec{a}_C = 2\dot{\theta}(\hat{j}_2 - 2t\hat{j}_1), \vec{a}_t = t\ddot{\theta}(\hat{j}_2 - t\hat{j}_1) - t(\dot{\theta})^2(\hat{j}_1 + t\hat{j}_2)$

Esericizio 5 Un punto P é mobile su una guida inclinata di un angolo θ costante rispetto alla verticale. La guida ruota uniformemente intorno a tale asse. Calcolare velocitá (assoluta, relativa e di trascinamento) e accelerazione (assoluta, relativa, di trascinamento e di Coriolis) del punto.

R.

Esericizio 6 Un punto P é mobile su una circonferenza di raggio r. Il centro della circonferenza a sua volta é mobile su una circonferenza di raggio $R > r$ e centro nell'origine del sistema fisso. Descrivere il moto del punto.

R

Esericizio 7 Un disco di raggio R rotola senza strisciare sul terreno. Dopo aver determinato il centro di istantanea rotazione, determina la velocitá dei bordi del disco conoscendo la velocitá $\vec{v}$ del centro del disco.

R. $|v| = \omega R$, il centro di istantanea rotazione é il punto di contatto del disco $C = (|v|t, 0)$. La velocitá di un punto P é ortogonale alla congiungente C con P ed ha modulo pari a $\sqrt{2}|v| \left(\cos(\frac{\theta}{2}) + \sin(\frac{\theta}{2})\right)$, dove θ é l'angolo tra l'asse $\hat{i}_1$ e la congiungente il centro del disco con P.