Tabella di massima riduzione di un sistema di vettori applicati.

$I = 0$	$\vec{R} = \vec{0}$, $\vec{M}_O = \vec{0}$	zero
	$\vec{R} = \vec{0}$, $\vec{M}_O \neq \vec{0}$	coppia di momento $\vec{M}_O$
	$\vec{R} \neq \vec{0}$, $\vec{M}_O \neq \vec{0}$	vettore $\vec{R}$ applicato in un punto qualsiasi dell'asse centrale
$I \neq 0$	$\vec{R} \neq \vec{0}$, $\vec{M}_O \neq \vec{0}$	vettore $\vec{R}$ applicato in un qualsiasi polo O + coppia di momento $\vec{M}_O$

Esericizio 1 (da Muracchini, Seccia, Ruggeri, ex. 1.3)
Dato il sistema di vettori

$$\vec{v}_1 = (\hat{i}_1 + \hat{i}_2), \qquad \vec{v}_2 = (3\hat{i}_1 - 4\hat{i}_2), \qquad \vec{v}_3 = (-2\hat{i}_1 + 6\hat{i}_2)$$
$$A_1 = (5, -2, 0), \qquad A_2 = (3, 0, 0), \qquad A_3 = (1, -3)$$

Determinare

- Risultante e momento risultante rispetto all'origine.
- Invariante scalare.
- Equazione cartesiana dell'asse centrale.
- Un sistema equivalente.

R. $\vec{R} = 2\hat{i}_1 + 3\hat{i}_2$. $\vec{M}_O = -5\hat{i}_3$. $y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$

Esericizio 2 Dato il sistema di vettori piani e paralleli

$$\vec{v}_1 = (0, 1, 0), \qquad \vec{v}_2 = (0, -v, 0),$$
$$A_1 = (1, 2, 0), \qquad A_2 = (2, 1, 0)$$

Determinare

- Risultante e momento risultante rispetto all'origine.
- Invariante scalare.
- Equazione cartesiana dell'asse centrale.
- Valore del momento rispetto ad un punto dell'asse centrale.
- Il centro.
- Un sistema equivalente.

Verificare poi che il centro si trova sulla congiungente A_1 con A_2.

R. $\vec{R} = (1 - v)\hat{i}_2$. $\vec{M}_O = (1 - 2v)\hat{i}_3$. $I = 0$. $x = \frac{1-2v}{1-v}$. 0.
$C = \left(\frac{1-2v}{1-v}, \frac{2-v}{1-v}\right)$

Esericizio 3

Dato la coppia

$$\vec{v} = v(\cos(\theta)\hat{i}_1 + \sin(\theta)\hat{i}_2), \qquad \vec{u} = u(-\cos(\theta)\hat{i}_1 - \sin(\theta)\hat{i}_2),$$
$$A_v = (a, 0, 0), \qquad A_u = (-a, 0, 0),$$

Determinare

- Risultante e momento risultante rispetto all'origine.
- Equazione cartesiana dell'asse centrale

R. $\vec{R} = (v-u)(\cos(\theta)\hat{i}_1 + \sin(\theta)\hat{i}_2)$. $\vec{M}_O = a(v+u)\sin(\theta)\hat{i}_3$.
$y = \tan(\theta)\left(x - a\frac{v+u}{v-u}\right)$

Esericizio 4

Provare che due vettori applicati sono equivalenti se hanno lo stesso vettore libero e la stessa retta di appicazione.

Esericizio 5

Mostrare che un sistema di due vettori applicati concordi e paralleli è equivalente ad un unico vettore che ha come risultante la somma dei due vettori e come punto di applicazione un punto che giace sulla retta che congiunge A_1 ed A_2 nell'intervallo limitato da A_1 ed A_2 stessi.

Esericizio 6

Per il sistema di vettori paralleli $\vec{v}_k = (0, 0, k)$ applicati in $A_k = (0, k, 0)$, $k = 1..N$, determinare

- L'equazione dell'asse centrale.
- Il centro.

R. l'asse è la retta di equazione $y = \frac{2N+1}{3}$. $C = (0, \frac{2N+1}{3}, 0)$

Esericizio 7

Dato il sistema di vettori

$$\vec{v}_1 = (\alpha\hat{i}_1 + \hat{i}_2), \qquad \vec{v}_2 = (\alpha\hat{i}_2 + \hat{i}_3), \qquad \vec{v}_3 = (\hat{i}_1 + \hat{i}_2)$$
$$A_1 = (1, \alpha, 0), \qquad A_2 = (\alpha, 0, 1), \qquad A_3 = (0, 0, k\alpha),$$

determinare il valore dei parametri α e k affincè $I = -1$ e l'asse centrale passi per il punto $P = \left(0, \frac{1}{3}, 0\right)$.

R. $\alpha = -2, k = \frac{5}{12}$

Esericizio 8

Determinare il centro del seguente sistema di vettori

$$\vec{v}_1 = (1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}), \qquad \vec{v}_2 = (2, 1, \frac{2}{3}), \qquad \vec{v}_3 = (3, \frac{3}{2}, 1)$$
$$A_1 = (1, 0, 0), \qquad A_2 = (0, 1, 0), \qquad A_3 = (0, 0, 1),$$

R. $C = \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$