Esempio 1

La funzione densitá di una v.c. continua $f(x)$ é data da

$$f(x) = \begin{cases} a + bx^3 & 0 \leq x \leq \frac{5}{2} \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \tag{1}$$

Determina i valori di a e b di modo che f sia effettivamente una densitá di probabilitá e $E(X) = 2$

R. $a = 0, b = 4 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^4$

Esempio 2 (dal Ross, 4.25)

148 alunni vengono trasportati tramite 4 autobus, sui quali salgono 40, 33, 25 e 50 ragazzi. Si sceglie un alunno a caso e si denota con X il numero totale degli alunni saliti sul suo stesso autobus. Si calcoli $E(X)$. Successivamente si sceglie a caso uno dei quattro autisti degli autobus e si denota con Y il numero totale degli alunni saliti sull'autobus da lui portato. Si determini $E(Y)$

R. $E(X) = 39.3, E(Y) = 37$

Esempio 3

Una v.c. puó assumere i valori 2, 5, 7 e 10 con pari probabiltá. Trovare media e varianza della variabile casuale.

R.

Esempio 4 (dal Ross, 4.40)

Una v.c. X puó assumere i valori 1, 2 e 3 con probabilitá p_1, p_2 e p_3. Se $E(X) = 2$, quali sono i valori di p_1, p_2 e p_3 che massimizzano e minimizzano Var(X)?

R. $(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2})$ e $(0, 1, 0)$

Esempio 5

Sia $X_{(n)}$ la variabile casuale "numero di teste meno numero di croci" in n lanci di una moneta non truccata. Dopo aver stabilito quali sono i possibili valori di $X_{(n)}$, trovare il valore medio $E[X_{(n)}]$ e la varianza $\sigma^2_{X_{(n)}}$ nel caso $n = 4$ ed $n = 5$.

R. $X_{(n)} = \{-n, -n+2, ..., n-2, n\}$,
$E[X_{(4)}] = E[X_{(5)}] = 0$, $\sigma^2_{X_{(4)}} = 4$, $\sigma^2_{X_{(5)}} = 5$

Esempio 6

Una ditta di componenti elettrici stabilisce, dopo numerosi test, la distribuzione di probabilitá del tempo X che trascorre affinché un dato componente si rompa. Questa, espressa in anni, é data da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} e^{-\frac{x}{4}} & x \geq 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \quad (2)$$

- Determinare $F(x)$.
- Determinare la probabilitá che il componente elettrico funzioni per piú di due anni prima di rompersi.
- Determinare la vita media del componente.

R.

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\frac{x}{4}} & x \geq 0 \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases} \quad (3)$$

$P(X \geq 2) \sim 0.61; \quad E[X] =4$ anni.

Esempio 7

Nella Lotteria Italia 2017/2018 sono stati venduti circa 8,6 milioni di biglietti. Ci sono state 3 categorie di vincite: la prima categoria comprende il primo premio da 5 milioni di euro, il secondo da 2,5 milioni, il terzo da 1,5 milioni il quarto da un milione ed il quinto da mezzo milione di euro. I premi di seconda e terza categoria sono rispettivamente dati da 50 premi da 50.000 euro e 150 da 20.000. Calcolare il valore atteso della vincita di un biglietto ed il valore atteso del guadagno acquistando un biglietto se il costo é di 5 euro

R. $E[X] \sim 1,86$ euro. Guadagno atteso $\sim -3,14$ euro.